4-SHO‘BA.
PSIXOLOGIYA, TABIIY VA ANIQ FANLAR SOHASIDA DOLZARB TADQIQOTLAR

ANTISIMMETRIK QISM FAZODA IKKI BOZONLI PANJARA SHRYODINGER OPERATORINING DISKRET SPEKTRI

Sharipova Sadoqat Fazliddinovna
Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali
e-mail: sadokatsharipova8@gmail.com

Annotatsiya. $\mathbb{Z}^2$ panjarada bir tugunda, qo‘shni va keyingi qo‘shni tugunlarda ta’sirlashuvchi ikki bir xil bozon sistemasiga mos diskret Shryodinger operatorining almashtirishga nisbatan antisimmetrik qism fazodagi cheklanishi o‘rganiladi. Muhim spektrdan pastda (yuqorida) yotuvchi xos qiymatlar soni oshkor ko‘rinishdagi 2×2 matritsaning manfiy xos qiymatlari soniga tengligi isbotlanadi.

Kalit so‘zlar: *ikki bozonli sistema, panjara Shryodinger operatori, muhim spektr, bog‘langan holatlar, Birman–Shvinger prinsipi, bo‘sag‘aviy xos qiymat.*

Panjaradagi oz zarrachali Gamiltonianlar zarrachalar soni tayinlangan Bose–Xabbard va Fermi–Xabbard modellarining eng sodda ko‘rinishlari bo‘lib, optik panjaralardagi ultrasovuq atomlarni tavsiflaydi [1, 2]. Bunday sistemalarda panjara geometriyasi va zarrachalararo potensiallarni tajribada boshqarish mumkin, hatto itarishuvchi ta’sir ham juftlikni bog‘lay oladi: itarishuv hisobiga bog‘langan atom juftlari tajribada kuzatilgan [3]. Panjarada massa markazi harakati ajralmaydi, ammo translyatsion invariantlik Gamiltonianni $H(K)$, $K \in \mathbb{T}^d$ tolali operatorlar bo‘yicha yoyish imkonini beradi [4].

[5] ishda $\mathbb{Z}^2$ panjarada bir tugunda (γ), qo‘shni tugunlarda (λ) va keyingi qo‘shni tugunlarda (μ) ta’sirlashuvchi ikki bozon sistemasi qaralgan va $K = 0$ dagi operator $H_{\gamma\lambda\mu}(0)$ uchta invariant qism fazoga ajratilgan: simmetrik-juft (ees), simmetrik-toq (oos) va almashtirishga nisbatan antisimmetrik (ea). oos qism fazoda g‘alayon bir rangli bo‘lib, faqat μ ga bog‘liq, xos qiymatlarning soni va joylashuvi to‘liq topilgan. ea qism fazoda esa g‘alayon ikki rangli va λ, μ ga birgalikda bog‘liq, shu sababli [5] dagi skalyar monoton funksiya usuli bevosita qo‘llanilmaydi. Ushbu tezisda shu masalaning to‘liq yechimi bayon qilinadi.

Model. $\mathbb{T}^2 = (-\pi, \pi]^2$ va

$$E_0(p) = 2(2 - \cos p_1 - \cos p_2),\ p = (p_1, p_2) \in \mathbb{T}^2 \qquad (1)$$

bo‘lsin. $L^{2,ea}(\mathbb{T}^2)$ orqali juft va $f(p_1, p_2) = -f(p_2, p_1)$ shartni qanoatlantiruvchi funksiyalar qism fazosini belgilaymiz. $c_1(p) = \cos p_1 - \cos p_2$, $c_2(p) = \cos 2p_1 - \cos 2p_2$ desak, operatorning bu qism fazoga cheklanishi

$$H_{\lambda\mu}^{ea} = H_0 + \frac{\lambda}{8\pi^2}(\cdot, c_1)c_1 + \frac{\mu}{8\pi^2}(\cdot, c_2)c_2 \qquad (2)$$

ko‘rinishga ega, bu yerda H_0 — E_0 funksiyaga ko‘paytirish operatori. $H_{\lambda\mu}^{ea}$ operatori γ ga bog‘liq emas va uning muhim spektri [0,8] kesmadan iborat.

Usul. $z \in \mathbb{C} \setminus [0,8]$ uchun Birman–Shvinger matritsasini kiritamiz:

$$b_{ij}(z) = \frac{1}{8\pi^2}\int_{\mathbb{T}^2} \frac{c_i(p)c_j(p)}{E_0(p)-z}\,dp\,,\ i,j \in \{1,2\} \tag{3}$$

$z \notin [0,8]$ soni $H^{ea}_{\lambda\mu}$ ning xos qiymati bo‘lishi uchun $\det(I + B(z)D) = 0, D = \mathrm{diag}(\lambda,\mu)$ bo‘lishi zarur va yetarli. Asosiy kuzatish: $z < 0$ da $B(z)^{-1}$ matritsa Lyovner tartibida qat’iy kamayadi, shuning uchun $G_{\lambda\mu}(z) = B(z)^{-1} + D$ matritsaning ikkala xos qiymati ham uzluksiz va qat’iy kamayuvchi bo‘ladi. Bu [5] dagi skalyar monotonlikni almashtiradi va λ, μ ning ixtiyoriy ishoralarida ishlaydi.

Natijalar. Kvadrat panjaraning qarshilik funksiyasi qiymatlaridan [6] foydalanib, bo‘sag‘aviy matritsa yopiq ko‘rinishda topiladi:

$$b_{11}(0) = \frac{4-\pi}{2\pi},\ b_{12}(0) = \frac{16-5\pi}{2\pi},\ b_{22}(0) = \frac{2(16-5\pi)}{\pi} \tag{4}$$

Buning uchun har bir $c_i c_j$ ko‘paytma $\cos(x\cdot p)$ larning koeffitsiyentlari yig‘indisi nolga teng chiziqli kombinatsiyasi sifatida yoyiladi va $b_{ij}(0)$ qarshilik funksiyasining $R(1,0) = 1/2$, $R(1,1) = 2/\pi$, $R(2,0) = 2 - 4/\pi$, $R(2,1) = 4/\pi - 1/2$, $R(2,2) = 8/(3\pi)$, $R(3,0) = 17/2 - 24/\pi$, $R(4,0) = 40 - 368/(3\pi)$ klassik qiymatlari orqali ifodalanadi. Natijada

$$B(0)^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -2 & \kappa \end{pmatrix} \tag{5}$$

ya’ni $B(0)^{-1}$ ning diagonal elementlari 8 va κ, diagonaldan tashqari elementi -2 ekanligi kelib chiqadi, bu yerda $\kappa = 2(4-\pi)/(16-5\pi) \approx 5{,}87876$.

1-teorema. $u = \lambda + 8$, $v = \mu + \kappa$ bo‘lsin. *Barcha $\lambda,\mu \in \mathbb{R}$ uchun $H^{ea}_{\lambda\mu}$ ning $(-\infty, 0)$ dagi xos qiymatlari soni $N_-(\lambda,\mu)$ (karraliligi hisobga olingan holda)*

$$G_{\lambda\mu}(0) = \begin{pmatrix} \lambda+8 & -2 \\ -2 & \mu+\kappa \end{pmatrix} \tag{6}$$

matritsaning manfiy xos qiymatlari soniga teng. Xususan, $uv \geq 4, u + v > 0$ bo‘lsa $N_- = 0$; $uv > 4, u + v < 0$ bo‘lsa $N_- = 2$; qolgan hollarda $N_- = 1$.

Isbot g‘oyasi. $z \to -\infty$ da $B(z) = z^{-1}\Gamma + O(z^{-2})$, bu yerda Γ — c_1, c_2 funksiyalarning musbat aniqlangan Gram matritsasi, shuning uchun $G_{\lambda\mu}(z)$ ning ikkala xos qiymati $+\infty$ ga intiladi. Ular $(-\infty, 0]$ da qat’iy kamayganligi sababli har biri $(-\infty, 0)$ da ko‘pi bilan bitta nolga ega bo‘ladi, nol esa aynan $g_k(0) < 0$ bo‘lganda mavjud. $\ker(I + DB) = B^{-1}\ker(B^{-1} + D)$ ayniyatiga ko‘ra bu nollar $H^{ea}_{\lambda\mu}$ ning xos qiymatlari bilan karraliligi bilan ustma-ust tushadi. Simmetrik 2×2 matritsa uchun manfiy xos qiymatlar soni $\det G_{\lambda\mu}(0) = uv - 4$ va $\mathrm{tr}\, G_{\lambda\mu}(0) = u + v$ ishoralari bilan aniqlanadi.

Demak, (λ,μ) tekislik $(\lambda+8)(\mu+\kappa) = 4$ giperbola bo‘yicha aynan nol, bitta va ikkita bog‘langan holatga ega sohalarga ajraladi. Xususan, $\mu = 0$ da bog‘langan holat faqat $\lambda < -2\pi/(4-\pi) \approx -7{,}3196$ da, $\lambda = 0$ da esa faqat $\mu < -\pi/(32-10\pi) \approx -5{,}3788$ da mavjud. Kritik chiziq $\mu^*(\lambda) = 4/(\lambda+8) - \kappa$ kooperativ effektni ko‘rsatadi: masalan, $(\lambda,\mu) = (-6,-4)$ da ta’sirlarning har biri alohida juftlikni bog‘lay olmaydi, ammo birgalikda $H^{ea}_{\lambda\mu}$ operatori $z \approx -0{,}0218$ xos qiymatga ega bo‘ladi. Itarishuvchi $\lambda > 0$ esa μ ning kritik qiymatini $-5{,}3788$ dan $-\kappa$ gacha pasaytiradi, ammo bog‘lanishni hech qachon to‘sib qo‘ymaydi.

2-teorema. $(Uf)(p) = f(p_1 + \pi, p_2 + \pi)$ *unitar operator uchun* $UH_{\lambda\mu}^{ea}U^* = 8 - H_{-\lambda,-\mu}^{ea}$ *tenglik o‘rinli. Shu sababli* 8 *dan yuqoridagi xos qiymatlar soni* $N_+(\lambda,\mu)$ *diagonal elementlari* $8-\lambda$, $\kappa-\mu$ *va diagonaldan tashqari elementi* -2 *bo‘lgan matritsaning manfiy xos qiymatlari soniga teng, shuningdek* $N_- + N_+ \le 2$.

2-teoremaning isboti $E_0(p+(\pi,\pi)) = 8 - E_0(p)$, $Uc_1 = -c_1$, $Uc_2 = c_2$ tengliklariga asoslanadi. Fizik nuqtai nazardan bu teorema zonadan yuqorida itarishuv hisobiga bog‘langan juftliklarni tavsiflaydi [3]: ishoralari turlicha bo‘lgan bitta ta’sir bir vaqtning o‘zida tortishuv va itarishuv hisobiga bog‘langan ikki juftlikni hosil qilishi mumkin. Masalan, $(\lambda,\mu) = (10,-7)$ da operator $z \approx -0{,}4490$ va $z \approx 9{,}1258$ xos qiymatlarga ega.

3-teorema. $z = 0$ *bo‘sag‘a* $H_{\lambda\mu}^{ea}$ *ning xos qiymati bo‘lishi uchun* $(\lambda+8)(\mu+\kappa) = 4$ *bo‘lishi zarur va yetarli; bu holda u oddiy xos qiymat bo‘lib, xos funksiyasi* $f_0 = -(y_1c_1 + y_2c_2)/E_0 \in L^{2,ea}(\mathbb{T}^2)$ *ko‘rinishga ega.* Shunday qilib, kritik chiziqda bo‘sag‘a virtual sath (rezonans) emas, balki haqiqiy xos qiymatdir. Bunga sabab c_1, c_2 funksiyalarning $p = 0$ nuqtada ikkinchi tartibli nolga ega bo‘lishidir (d-to‘lqin simmetriyasi); bu natija yuqori orbital momentlar uchun ma’lum bo‘sag‘aviy effektlarga mos keladi [7].

4-teorema. *Agar* $\lambda < -8$, $\mu < -3\pi/(3\pi-8) \approx -6{,}6149$ *va* $(\lambda+8)(\mu+\kappa) > 4$ *bo‘lsa, u holda barcha* $K \in \mathbb{T}^2$ *uchun* $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ *operatori muhim spektridan pastda kamida uchta xos qiymatga ega.* Masalan, $(\lambda,\mu) = (-12,-12)$ da ea qism fazo ikkita ($z \approx -3{,}2447$ va $z \approx -1{,}2742$), oos qism fazo esa bitta xos qiymat beradi, holbuki [5] dagi baho faqat bittani kafolatlaydi.

Barcha yopiq formulalar sonli integrallash bilan 10^{-12} aniqlikda tekshirildi, xos qiymatlar soni esa tasodifiy tanlangan 200 ta (λ,μ) juftlikda 1–2-teoremalar bilan to‘liq mos keldi.

Olingan natijalar ikki yo‘nalishda davom ettirilishi mumkin. Birinchidan, $K \neq 0$ da ea qism fazo invariant emas va 4-teorema faqat quyi bahoni beradi; kichik K larda bu bahoning aniqligi ochiq masala. Ikkinchidan, ees qism fazoda γ, λ, μ to‘rt rangli g‘alayon orqali qatnashadi; matritsaviy usul bu holga ham qo‘llaniladi, biroq bo‘sag‘aviy integrallarda uzoqlashuvchi s-to‘lqin hadi paydo bo‘ladi va alohida tahlil talab etadi.

Xulosa. Ikki bozonli panjara operatorining almashtirishga nisbatan antisimmetrik qism fazodagi diskret spektri to‘liq tavsiflandi: bog‘langan holatlar soni oshkor 2×2 matritsaning inersiyasi bilan aniqlanadi, kritik to‘plamlar oshkor giperbolalardan iborat va ularda bo‘sag‘alar oddiy xos qiymatlardir. [5] natijalari bilan birgalikda bu $H_{\gamma\lambda\mu}(K)$ operatorining kafolatlangan bog‘langan holatlari sonini barcha $K \in \mathbb{T}^2$ uchun birdan uchgacha oshiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Mattis D. The few-body problem on a lattice // Rev. Mod. Phys. – 1986. – Vol. 58. – P. 361–379.

2. Bloch I. Ultracold quantum gases in optical lattices // Nat. Phys. – 2005. – Vol. 1. – P. 23–30.

3. Winkler K., Thalhammer G., Lang F. et al. Repulsively bound atom pairs in an optical lattice // Nature. – 2006. – Vol. 441. – P. 853–856.

4. Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. Schrödinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics // Ann. Henri Poincaré. – 2004. – Vol. 5. – P. 743–772.

5. Lakaev S.N., Sharipova S.F. Bound states of a lattice two-boson system with interactions up to the next neighboring sites // Lobachevskii J. Math. – 2024. – Vol. 45. – P. 3323–3332.

6. Cserti J. Application of the lattice Green's function for calculating the resistance of an infinite network of resistors // Am. J. Phys. – 2000. – Vol. 68. – P. 896–906.

7. Klaus M., Simon B. Coupling constant thresholds in nonrelativistic quantum mechanics. I. Short-range two-body case // Ann. Phys. – 1980. – Vol. 130. – P. 251–281.

TALABALARDA STRESS VA UNI YENGISHNING PSIXOLOGIK USULLARI

Arakulov Gayrat Tulkinovich,
O'zbekiston Milliy Universitetining Jizzax filiali assistenti,
arakulov.gayrat@gmail.com
Suvanova Parizoda Elbek qizi, Mirzaliyeva Dilbar Dilshod qizi, Bosimova Humora Arslonbek qizi
O'zbekiston Milliy Universitetining Jizzax filiali talabalari

Annotatsiya: Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalari talabalarida stress fenomeni, uning yuzaga kelish omillari, stressining asosiy manbalari, vaqtni boshqarishdagi qiyinchiliklar, shaxslararo munosabatlar, ijtimoiy-maishiy omillar, kasbiy kelajak bilan bog'liq xavotir, stressni boshqarishga yordam beradigan usullar tahlil etilgan.

Kalit so'zlar: stress, stressor, talaba, stressga chidamlilik, koping-strategiyalar, emotsional regulyatsiya, psixologik farovonlik, kognitiv baholash.

Zamonaviy jamiyatda yoshlarning ta'lim olishi, kasb tanlashi va jamiyatda o'z o'rnini topishi jarayoni turli psixologik qiyinchiliklar bilan kechishi mumkin. Talabalik davri o'spirinlikdan yoshlik davriga o'tish bilan bog'liq bo'lib, shaxsning yangi ijtimoiy muhitga adaptatsiyasi, kasbiy o'zini o'zi belgilashi va mas'uliyat doirasining kengayishi bilan tavsiflanadi. Aynan shu davrda yangi muhitga moslashish, imtihonlarga tayyorgarlik ko'rish, topshiriqlarni o'z vaqtida bajarish hamda kelajak uchun mas'uliyatni his qilish stressni yuzaga keltiruvchi omillar – stressorlar sifatida namoyon bo'ladi. Uzoq davom etuvchi psixoemotsional zo'riqish talabaning ruhiy holatiga, o'quv faoliyati samaradorligiga va umumiy psixologik farovonligiga ta'sir qilishi mumkin. Shu sababli stressning kelib chiqish sabablarini va uni boshqarishning psixologik usullarini ilmiy jihatdan o'rganish ta'lim psixologiyasining muhim vazifalaridan biri hisoblanadi. Zamonaviy psixologik adabiyotlarda "stress" va "stressga chidamlilik" (stressga barqarorlik) atamalariga