

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY
UNIVERSITETINING JIZZAX FILIALI**



KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI
mavzusidagi Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami
2026-yil 25-26-sentabr

(1-qism)

JIZZAX-2026

Kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari. Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to'plami – Jizzax: O'zMU Jizzax filiali, 2026-yil 25-26-sentabr. 507-bet.

Xalqaro miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globalashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur'atlar bilan rivojlantirish bo'yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e'tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarni qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma'ruza tezislari to'plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo'nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o'qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarining ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mas'ul muharrirlar: DSc.prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M.

Tahrir hay'ati a'zolari: p.f.d.(DSc), prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M., t.f.f.d.(PhD), prof. Abduraxmanov R.A., p.f.f.d.(PhD) Eshankulov B.S., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., p.f.n., dots. Alimov N.N., p.f.f.d.(PhD), dots. Alibayev S.X., t.f.f.d.(PhD), dots. Abdumalikov A.A., p.f.f.d.(PhD) Hafizov E.A., f.f.f.d.(PhD) dots., Norbekova B.Sh. p.f.f.d.(PhD) dots. Sindorov L.K., t.f.f.d.(PhD), dots. Nasirov B.U., b.f.f.d. (PhD) O'ralov A.I., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., t.f.f.d.(PhD) Kuvandikov J.T., i.f.n., dots. Tsoy M.P., Sharipova S.F., Jo'rayev M.M.

Mazkur to'plamga kiritilgan ma'ruza tezislarining mazmuni, undagi statistik ma'lumotlar va me'yoriy hujjatlarning to'g'riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o'zlari mas'uldirlar.

qilgan holda, unga mos individual topshiriqlar majmuasini shakllantiradi. Masalan, funksiyalar limiti yoki hosilalarni o'rganishda talaba qaysi bosqichda qiynalayotgani aniqlanib, tizim unga tegishli tushuntirish va qo'shimcha misollarni taklif etadi.

2. Intellektual tutor tizimlari (AI Tutors): Talabalar mustaqil ravishda misol va tenglamalarni yechayotganda, sun'iy intellekt faqatgina natijani ko'rsatib qolmay, balki yechim qadamlarini bosqichma-bosqich tushuntiradi. Masalan, quyidagi differensial tenglamani yechishda SI qadamlarni to'g'ri ketma-ketlikda ko'rsatib beradi:

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n$$

Ushbu Bernulli tenglamasini yechish jarayonida SI o'rin almashtirish usulidan foydalanishni tavsiya etib, talabaga o'zlashtirishga yordam beradi.

Amaliyot shuni ko'rsatmoqdaki, oliy o'quv yurtlarining amaliy matematika va tahliliy fanlar darslarida zamonaviy intellektual tizimlardan foydalanish talabalarning mavzuni tushunish ko'rsatkichini 30-40% ga oshiradi. Talabalar murakkab integral va matritsa amallarini bajarishda quyidagi ko'rinishdagi matritsali modellashirish hisoblarini SI yordamida tezkor tekshirish imkoniyatiga ega bo'ladilar:

$$A \cdot X = B \implies X = A^{-1} \cdot B$$

Bu kabi vositalar talabalarning ijodiy fikrlashini rivojlantirib, ularni ilmiy-tadqiqot ishlariga faol jalb qilishga zamin yaratadi.

Xulosa

Xulosa qilib aytganda, matematika fanlarini o'qitish jarayoniga sun'iy intellekt texnologiyalarini joriy etish zamonaviy ta'lim sifatini yangi bosqichga ko'taradi. SI o'qituvchining o'rnini egallamaydi, aksincha, uni qo'llab-quvvatlab, talabalarga individual yondashuvni ta'minlovchi samarali ko'makchiga aylanadi. Kelgusida ushbu texnologiyalarni yanada takomillashtirish ta'lim samaradorligini keskin oshiradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Begmatov A.B. Zamonaviy ta'limda sun'iy intellekt texnologiyalari. — Toshkent: Universitet, 2023.

2. Russell S., Norvig P. Artificial Intelligence: A Modern Approach. — Pearson, 2020.

3. Шарипова С. ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ //Scientific practical conference. – 2025. – Т. 1. – №. 1. – С. 439-440.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЧАСТИЧНО-ИЗОСПЕКТРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ

**Рабимкул Абдуназаров, Аберкулова Фарангиз, Рахматова
Мохирабону**

Джизакский филиал Национального университета Узбекистана
r_abdunazarov@jbnuu.uz, farangizaberqulova052006@gmail.com

Панахов Этибар Сади оглы

Институт прикладной математики Бакинского государственного университета, Баку, Азербайджан

Аннотация. В данной статье исследуется задача восстановления коэффициентов частично изоспектрального оператора Штурма-Лиувилля на конечном интервале. Показано, что предложенный в статье алгоритм может быть применен для решения некоторых видов уравнений Риккати, возникающих из прикладных задач, а также для решения смешанных задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами.

Ключевые слова: Интегральное уравнение Гельфанда-Левитана, Оператор Штурма-Лиувилля, обратная спектральная задача, частично – изоспектральные операторы.

1. Введение. Пусть дана последовательность действительных чисел $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n < \dots$, которая является последовательностью собственных значений следующей краевой задачи:

$$L(q(x), h, H)y \equiv -y'' + q(x)y = \lambda y, \quad (0 < x < \pi) \quad (1.1)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0 \quad (1.2)$$

$$y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \quad (1.3)$$

а также задан последовательность положительных чисел $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \dots$ которая является последовательностью нормирующих коэффициентов, соответствующих данной краевой задаче. Для них начиная с достаточно большого $n > N$ справедливы следующие асимптотические формулы:

$$s_n = \sqrt{\lambda_n} = n + \frac{c_0}{\pi n} + \frac{c_1}{n^3} + \dots \quad (1.4)$$

$$\alpha_n = \frac{\pi}{2} + \frac{b_0}{n^2} + \frac{b_1}{n^4} + \dots \quad (1.5)$$

Здесь $c_0, c_1 \dots$ и $b_0, b_1 \dots$ заданные действительные числа.

Настоящая работа посвящена обратной спектральной задаче об описании всех краевых задач Штурма-Лиувилля на конечном отрезке, имеющих один и тот же спектр. Такие краевые задачи называются изоспектральными и были изучены в работах Е.Айзексона, Х.П.Маккина, Б.Э.Дальберга, Е. Трубовица (см.[4]-[8]), а также А.Б.Хасанова, О.Э.Мирзаева (см. [9]-[17]).

II. Постановка задачи. Основным результатом настоящей работы является алгоритм восстановления семейства частично изоспектральных краевых задач Штурма-Лиувилля $L = L(q(x), h, H)$ спектральные данные которых удовлетворяют условиям:

$$\sigma(L) = \{\lambda_0 = s_0^2\} \cup \{\lambda_n = n^2, \quad n = \overline{1, \infty}\}, \alpha_0 = a_0 > 0, \alpha_n = \frac{\pi}{2}, n \geq 1, \quad (2.1)$$

где s_0, a_0 некоторые действительные числа, $n \in N$.

Задача восстановления параметров оператора Штурма-Лиувилля по заданным спектральным данным $\{\lambda_i, \alpha_i\}_{i=0}^{\infty}$, удовлетворяющим (1.4), (1.5) условиям, решается по схеме И.М.Гельфанда и Б.М.Левитана [1], [2]. При этом используется следующие соотношения:

$$K(x, y) + F(x, y) + \int_0^x K(x, s)F(s, y)ds = 0 \quad (2.2))$$

$$F(x, y) = \frac{\cos s_0 x \cos s_0 y}{\alpha_0} - \frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\cos s_k x \cos s_k y}{\alpha_k} - \frac{2 \cos kx \cos ky}{\pi} \right] \quad (2.3)$$

$$K(x, x) = h + \frac{1}{2} \int_0^x q(s)ds, \quad q(x) = 2 \frac{d}{dx} K(x, x), \quad h = K(0, 0) = -F(0, 0)$$

III. Алгоритм восстановления параметров оператора Штурма-Лиувилля

1. Определим явные выражения для $K(x, y)$, $K(x, x)$.

Для $K(x, y)$ имеем

$$K(x, y) = \frac{1}{\pi} \frac{\bar{\Delta}(x)}{\Delta(x)} - \frac{\cos(s_0 y)}{\alpha_0} \frac{\bar{\Delta}(x)}{\Delta(x)} = \left[\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt - \right. \\ \left. - (\pi - x) \cos(s_0 x) \cos(s_0 y) - (\cos(s_0 x) + \cos s_0 y) \int_0^x \cos s_0 t dt \right] / \Delta(x), \quad (3.1)$$

где

$$\Delta(x) = \left(\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt \right) (\pi - x) + \left(\int_0^x \cos s_0 t dt \right)^2, \\ \bar{\Delta}(x) = \alpha_0 \left((\pi - x) \cos s_0 x + \int_0^x \cos s_0 t dt \right), \\ \bar{\bar{\Delta}}(x) = \pi \left(\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt - \cos s_0 x \int_0^x \cos s_0 t dt \right),$$

В случаи $y=x$, получим

$$K(x, x) = \frac{\left[\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt - (\pi - x) \cos^2 s_0 x - 2 \cos s_0 x \int_0^x \cos s_0 t dt \right]}{\Delta(x)} \quad (3.2)$$

Можно заметит, что

$$\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt - (\pi - x) \cos^2 s_0 x - 2 \cos s_0 x \int_0^x \cos s_0 t dt = -\Delta'(x),$$

то для $K(x, x)$ получим

$$K(x, x) = -\frac{\Delta'(x)}{\Delta(x)} \quad (3.7)$$

2. Определим собственная функция $\varphi(x, s_0)$, $\varphi(x, n)$ задачи (1.1)-(1.3), при условиях (1.4)-(1.5) и (2.1)

$$\varphi(x, s_0) = \frac{\bar{\Delta}(x)}{\Delta(x)},$$

$$\begin{aligned}\varphi(x, n) = & \left(1 - \frac{\bar{\Delta}(x)}{\alpha_0 \Delta(x)} \cdot \frac{s_0 \sin(s_0 x)}{s_0^2 - n^2}\right) \cos(nx) \\ & + \frac{\bar{\Delta}(x)}{\Delta(x)} \left(\frac{n}{\alpha_0} \cdot \frac{\cos(s_0 x)}{s_0^2 - n^2} + \frac{1}{\pi n}\right) \sin(nx),\end{aligned}$$

где $n > 0$

Для найденной функции $\varphi(x, \lambda)$ выполняется следующая равенства

$$\int_0^{\pi} \varphi^2(t, \lambda) dt = \frac{\pi}{2},$$

3. Определим потенциал $q(x)$.

$$q(x) = 2 \frac{d}{dx} K(x, x) = 2 \left(-\frac{\Delta'(x)}{\Delta(x)} \right)' = 2K^2(x, x) - 2 \frac{\Delta''(x)}{\Delta(x)}$$

Если учесть, что

$$\begin{aligned}-\Delta''(x) &= \left(\alpha_0 + \int_0^x \cos^2 s_0 t dt - (\pi - x) \cos^2 s_0 x - 2 \cos s_0 x \int_0^x \cos s_0 t dt \right)' = \\ &= \cos^2 s_0 x + \cos^2 s_0 x + 2(\pi - x) s_0 \cos(s_0 x) \sin(s_0 x) + 2 s_0 \sin(s_0 x) \int_0^x \cos s_0 t dt \\ &\quad - \\ &\quad - 2 \cos^2 s_0 x = 2 s_0 \sin(s_0 x) \left((\pi - x) \sin(s_0 x) + \int_0^x \cos s_0 t dt \right) \\ &= 2 s_0 \sin(s_0 x) \frac{\bar{\Delta}(x)}{\alpha_0},\end{aligned}$$

для $q(x)$ получаем:

$$q(x) = 2 \frac{d}{dx} K(x, x) = 2K^2(x, x) + \frac{4s_0}{\alpha_0} \sin(s_0 x) \varphi(x, \lambda_0)$$

4. Определим коэффициентов h и H .

$$\begin{aligned}H &= -\frac{\varphi'(\pi, s_0)}{\varphi(\pi, \lambda_0)} = -\frac{\varphi(\pi, \lambda_0) K(\pi, \pi)}{\varphi(\pi, \lambda_0)} = -K(\pi, \pi) = \frac{\Delta'(\pi)}{\Delta(\pi)} = \\ &= -\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} - \frac{3 \cos s_0 \pi \sin s_0 \pi}{2 s_0} \right) \frac{s_0^2}{\sin^2 s_0 \pi} = \frac{3 s_0}{2} \operatorname{ctg} s_0 \pi - s_0^2 \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \right) / \sin^2 s_0 \pi \\ H &= \frac{3 s_0}{2} \operatorname{ctg} s_0 \pi - s_0^2 \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{2} \right) / \sin^2 s_0 \pi.\end{aligned}$$

Далее для h имеем

$$\Delta(0) = \pi \alpha_0, \quad \Delta'(0) = \pi - \alpha_0, \quad h = K(0, 0) = -\frac{\pi - \alpha_0}{\pi \alpha_0} = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\alpha_0}$$

Литература:

1. Марченко В. А. Некоторые вопросы теории одномерных линейных дифференциальных операторов второго порядка. I // Тр. Моск. матем. об-ва. — 1952. — Т. 1. — С. 327–420.
2. Гельфанд И. М., Левитан Б. М. Об определении дифференциального уравнения по его спектральной функции // Изв. АН СССР. Сер. матем. — 1951. — Т. 15, № 4. — С. 309–360.
3. Левитан Б. М., Саргсян И. С. Операторы Штурма–Лиувилля и Дирака. — М.: Наука, 1988. — 432 с. [Levitan B. M., Sargsyan I. S. Sturm–Liouville and Dirac Operators. — Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1990.]
4. Isaacson E. L., Trubowitz E. The inverse Sturm–Liouville problem I // Comm. Pure Appl. Math. — 1983. — Vol. 36. — P. 767–783.
5. Isaacson E. L., McKean H. P., Trubowitz E. The inverse Sturm–Liouville problem II // Comm. Pure Appl. Math. — 1984. — Vol. 37. — P. 1–11.
6. Dahlberg B. E. J., Trubowitz E. The inverse Sturm–Liouville problem III // Comm. Pure Appl. Math. — 1984. — Vol. 37. — P. 255–267.
7. Pöschel J., Trubowitz E. Inverse Spectral Theory. — New York: Academic Press, 1987.
8. Алимов Ш. А. Работы А. Н. Тихонова по обратным задачам для уравнения Штурма–Лиувилля // УМН. — 1976. — Т. 31, вып. 6(192). — С. 84–88.
9. Мирзаев О. Э., Хасанов А. Б. О семействах изоспектральных краевых задач Штурма–Лиувилля // Уфимск. матем. журн. - 2020. - Т. 12, № 2. - С. 28–34.
10. Абдуназаров Р. (2026). ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИРАКА С ПОТЕНЦИАЛОМ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА: <https://doi.org/10.5281/zenodo.20483961>. *Scientific Practical Conference, 1(2)*, 113–115. <https://d-pressa.com/index.php/spc/article/view/798>
11. Мирзаев О. Э. Частично-изоспектральные операторы Штурма–Лиувилля на конечном отрезке // Чебышевский сб.-2023.-Т. 24, вып. 1.-С. 104–113
12. Mirzaev O., Abdunazarov R., Nosirova G. Partially-isospectral Sturm-Liouville operators and their applications // Scientific journal of Samarkand University. — 2025. — Vol. 3, no. 1(151). — P. 101–111. <https://doi.org/10.59251/2181-3973.2025.v1.138.1.3431>
13. Abdunazarov R. Recovery of the parameters of a partially isospectral Sturm–Liouville operator on a finite segment // Scientific journal of Samarkand University. — 2025. — Vol. 5, no. 1(153). — P. 79–87. <https://doi.org/10.59251/2181-3973.2025.v1.138.1.3673>
14. Абдуназаров, Р., & Аберкулова, Ф. (2026). Построение асимптотические решения краевых задач Штурма–Лиувилля на конечном отрезке. *Science Technology & Digital Finance*, 4(1), 13–17. <https://doi.org/10.5281/zenodo.19080354>
15. Abdunazarov , R., Ibrohimov, J., & Belova , A. (2026). SHTURM-LIUVILL OPERATORI PARAMETLARINI ANALITIK TIKLASH MASALALARI. *Effective Scientific Journals*, 4(8), 110–116. <https://d-pressa.com/index.php/dps/article/view/718>
16. A.B.Xasanov, O.E.Mirzayev. Differensial operatorlar spektral nazariyasining teskari masalalari (o‘quv qo‘llanma). Samarqand 2024, 144-147 бетлар.