

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG‘BEK NOMIDAGI O‘ZBEKISTON MILLIY
UNIVERSITETINING JIZZAX FILIALI**



KOMPYUTER ILMLARI VA MUHANDISLIK TEXNOLOGIYALARI
mavzusidagi Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami
2026-yil 25-26-sentabr

(1-qism)

JIZZAX-2026

Kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari. Xalqaro ilmiy-texnik anjuman materiallari to'plami – Jizzax: O'zMU Jizzax filiali, 2026-yil 25-26-sentabr. 507-bet.

Xalqaro miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallarida zamonaviy kompyuter ilmlari va muhandislik texnologiyalari sohasidagi innovatsion tadqiqotlar aks etgan.

Globalashuv sharoitida davlatimizni yanada barqaror va jadal sur'atlar bilan rivojlantirish bo'yicha amalga oshirilayotgan islohotlar samarasini yaxshilash sohasidagi ilmiy-tadqiqot ishlariga alohida e'tibor qaratilgan. Zero iqtisodiyotning, ijtimoiy sohalarni qamrab olgan modernizatsiya jarayonlari, hayotning barcha sohalarini liberallashtirishni talab qilmoqda.

Ushbu ilmiy ma'ruza tezislari to'plamida mamlakatimiz va xorijlik turli yo'nalishlarda faoliyat olib borayotgan mutaxassislar, olimlar, professor-o'qituvchilar, ilmiy tadqiqot institutlari va markazlarining ilmiy xodimlari, tadqiqotchilari, magistr va talabalarining ilmiy-tadqiqot ishlari natijalari mujassamlashgan.

Mas'ul muharrirlar: DSc.prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M.

Tahrir hay'ati a'zolari: p.f.d.(DSc), prof. Turakulov O.X., t.f.n., dots. Baboyev A.M., t.f.f.d.(PhD), prof. Abduraxmanov R.A., p.f.f.d.(PhD) Eshankulov B.S., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., p.f.n., dots. Alimov N.N., p.f.f.d.(PhD), dots. Alibayev S.X., t.f.f.d.(PhD), dots. Abdumalikov A.A., p.f.f.d.(PhD) Hafizov E.A., f.f.f.d.(PhD) dots., Norbekova B.Sh. p.f.f.d.(PhD) dots. Sindorov L.K., t.f.f.d.(PhD), dots. Nasirov B.U., b.f.f.d. (PhD) O'ralov A.I., p.f.n., dots. Aliqulov S.T., t.f.f.d.(PhD) Kuvandikov J.T., i.f.n., dots. Tsoy M.P., Sharipova S.F., Jo'rayev M.M.

Mazkur to'plamga kiritilgan ma'ruza tezislarining mazmuni, undagi statistik ma'lumotlar va me'yoriy hujjatlarning to'g'riligi hamda tanqidiy fikr-mulohazalar, keltirilgan takliflarga mualliflarning o'zlari mas'uldirlar.

BIANCHI MODELLARINI TADQIQ ETISHDA MAPLE VA MATHEMATICA ASOSIDAGI HISOBLASH ALGORITMLARI

PhD. Halimov O‘ktam Haydarovich

Mirzo Ulug‘bek nomidagi O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali

Annotatsiya. Ushbu maqolada Bianchi turidagi fazoviy-vaqt modellarini tadqiq etishda kompyuter algebra tizimlaridan foydalanishning nazariy va amaliy jihatlari tahlil qilinadi.

Kalit so‘zlar: Bianchi modeli, Maple, Mathematica, Killing tenglamasi.

Kirish. Bianchi modellarida hisoblashlar ko‘pincha uzun va takrorlanuvchi bo‘ladi. Ayniqsa Christoffel simvollarini, Riman egriligi tenzorini, Ricci tenzorini va invariantlarni qo‘lda hisoblashda ko‘p vaqt ketadi. Killing tenglamalarini yechish ham ayrim hollarda katta differensial tenglamalar sistemasiga olib keladi. Shu sababli Maple va Mathematica kabi kompyuter algebra tizimlari tadqiqotchiga katta yordam beradi.

Biroq kompyuter yordamida olingan natija avtomatik ravishda ilmiy xulosa degani emas. Dastur formulani hisoblaydi, lekin natijaning geometrik ma‘nosini foydalanuvchining o‘zi sharhlashi kerak. Mazkur maqolaning maqsadi Bianchi modellarini o‘rganishda qo‘llanadigan asosiy hisoblash algoritmlarini tartibli va tushunarli ko‘rinishda bayon qilishdan iborat.

Hisoblashning umumiy sxemasi :Bianchi modellarining ko‘p qismi quyidagi sxema bo‘yicha o‘rganiladi: 1) metrikani tanlash; 2) uning teskari matritsasini topish; 3) Christoffel simvollarini hisoblash; 4) Riman va Ricci tenzorlarini aniqlash; 5) Einstein tenglamalari yoki Killing tenglamalarini tuzish; 6) invariantlarni hisoblash; 7) natijalarni soddalashtirish va fizik talqin qilish.

Agar metrika

$$g_{ij} = g_{ij}(x^0, x^1, x^2, x^3)$$

ko‘rinishda berilgan bo‘lsa, Christoffel simvollarining asosiy formulasi

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{k\ell} (\partial_i g_{j\ell} + \partial_j g_{i\ell} - \partial_\ell g_{ij})$$

bo‘ladi. Shundan so‘ng Riman tenzori

$$R_{jkl}^i = \partial_k \Gamma_{jl}^i - \partial_l \Gamma_{jk}^i + \Gamma_{mk}^i \Gamma_{jl}^m - \Gamma_{ml}^i \Gamma_{jk}^m$$

orqali, Ricci tenzori esa

$$R_{jl} = R_{jil}^i$$

ko‘rinishda topiladi.

Agar maqsad Killing vektor maydonlarini aniqlash bo‘lsa, u holda

$$\nabla_i \xi_j + \nabla_j \xi_i = 0$$

tenglamalar sistemasi tuziladi. Bu sistemada noma‘lum funksiyalar ξ_i ning koordinatalarga bog‘liq komponentalaridir.

Diagonal Bianchi I modeli uchun asosiy formulalar

Hisoblash algoritmini sodda misolda ko'rsatamiz. Diagonal Bianchi I metrikasi

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) dx^2 + b^2(t) dy^2 + c^2(t) dz^2$$

ko'rinishda berilsin. Bu holda metrik matritsa

$$g_{ij} = \text{diag}(-1, a^2(t), b^2(t), c^2(t))$$

bo'ladi. Teskari metrika esa

$$g^{ij} = \text{diag}\left(-1, \frac{1}{a^2(t)}, \frac{1}{b^2(t)}, \frac{1}{c^2(t)}\right).$$

Mazkur modelda nol bo'lmagan asosiy Christoffel simvollar quyidagilar:

$$\Gamma_{11}^0 = a\dot{a}, \quad \Gamma_{22}^0 = b\dot{b}, \quad \Gamma_{33}^0 = c\dot{c},$$

hamda

$$\Gamma_{10}^1 = \Gamma_{01}^1 = \frac{\dot{a}}{a}, \quad \Gamma_{20}^2 = \Gamma_{02}^2 = \frac{\dot{b}}{b}, \quad \Gamma_{30}^3 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{c}}{c}.$$

Bu yerda nuqta vaqt bo'yicha hosilani bildiradi. Demak, kompyuter dasturida metrikaning to'g'ri kiritgandan keyin Christoffel simvollarining avtomatik topilishi foydalanuvchiga bir necha sahifalik qo'lda hisoblashni tejaydi.

Killing tenglamalarini kompyuterda tuzish

Bianchi I modelida Killing tenglamalarining tuzilishi ayniqsa qulay. Chunki metrika faqat vaqtga bog'liq. Natijada fazoviy koordinatalar bo'yicha oddiy translatsiyalar darhol ko'rinadi:

$$\xi_{(1)} = \partial_x, \quad \xi_{(2)} = \partial_y, \quad \xi_{(3)} = \partial_z.$$

Agar umumiy

$$\xi = \xi^0(t, x, y, z) \partial_t + \xi^1(t, x, y, z) \partial_x + \xi^2(t, x, y, z) \partial_y + \xi^3(t, x, y, z) \partial_z$$

ko'rinishdagi vektor olinsa, Killing tenglamasi komponentalar bo'yicha differensial tenglamalar sistemasini beradi. Masalan, diagonal metrikada ayrim tenglamalar quyidagi sodda ko'rinishga keladi:

$$\partial_t \xi^0 = 0, \\ a^2 \partial_t \xi^1 - \partial_x \xi^0 = 0, \quad b^2 \partial_t \xi^2 - \partial_y \xi^0 = 0, \quad c^2 \partial_t \xi^3 - \partial_z \xi^0 = 0.$$

Agar a, b, c o'zaro turlicha bo'lsa, odatda faqat uchta fazoviy translatsiya saqlanadi. Agar esa $a = b = c$ bo'lsa, qo'shimcha aylanish simmetriyalari ham paydo bo'ladi. Demak, kompyuter algebra tizimi faqat tenglamani yechib bermaydi, balki simmetriyaning qaysi shartda ortishini ham ko'rsatadi.

Kretschmann invariantini hisoblash algoritmi

Invariantlarni topishda eng ko'p ishlatiladigan kattalik

$$K = R_{ijkl} R^{ijkl}$$

bo'lgan Kretschmann invariantidir. Diagonal Bianchi I modeli uchun

$$H_1 = \frac{\dot{a}}{a}, \quad H_2 = \frac{\dot{b}}{b}, \quad H_3 = \frac{\dot{c}}{c}$$

deb belgilasak, qulay ifoda

$$K = 4 \left[(\dot{H}_1 + H_1^2)^2 + (\dot{H}_2 + H_2^2)^2 + (\dot{H}_3 + H_3^2)^2 + H_1^2 H_2^2 + H_1^2 H_3^2 + H_2^2 H_3^2 \right]$$

ko'rinishda yoziladi.

Kompyuterda bu invariantni topish uchun quyidagi amallar bajariladi:

8. Riman tenzorining barcha kerakli komponentalari olinadi;
9. indekslar teskari metrika yordamida ko'tariladi;
10. mos komponentalar ko'paytirilib yig'iladi;
11. natija faktorlashtiriladi va soddalashtiriladi.

Amaliy tajriba shuni ko'rsatadiki, aynan soddalashtirish bosqichi juda muhim. Chunki dastur ko'pincha geometrik jihatdan bir xil bo'lgan ifodani uzun algebraik ko'rinishda chiqaradi. Shu sababli natijani H_i tipidagi belgilashlar bilan qayta yozish foydali bo'ladi.

Maple va Mathematica muhitlarida algoritmik yondashuv

Maple va Mathematica muhitlarining sintaksisi turlicha bo'lsa ham, ularning algoritmik mantig'i deyarli bir xil. Foydalanuvchi quyidagi qoidalarga amal qilsa, natija ishonchli chiqadi.

Birinchi qoida: metrika matritsasini boshidanoq aniq va ixcham yozish kerak. Indeks tartibi buzilsa, keyingi barcha hisoblar xatoga ketadi.

Ikkinchi qoida: oraliq bosqichlarni tekshirib borish kerak. Masalan, Christoffel simvollaridan bir nechtasini qo'lda tekshirish foydali. Bu kichik tekshiruv butun hisoblashning to'g'riligiga ishonch beradi.

Uchinchi qoida: yakuniy natijani geometrik ma'noga qaytarish lozim. Masalan, $K = 0$ chiqsa, bu egrilik yo'qligi yoki maxsus cheklanish borligini bildirishi mumkin. Agar K cheksizlikka intilsa, singulyar holat ehtimoli paydo bo'ladi.

To'rtinchi qoida: Killing tenglamalarini yechishda umumiy yechimni dastur bergan bo'lsa ham, uni algebraik jihatdan tahlil qilish zarur. Chunki ayrim integrallash konstantalari aslida simmetriya generatorlariga mos keladi.

Hisoblash jarayonining afzalliklari va cheklovlari

Maple va Mathematica yordamida quyidagi afzalliklarga erishiladi:

- uzoq va mexanik hisoblashlar tez bajariladi;
- xatolarning katta qismi avtomatik kamayadi;
- invariantlar va tenzorlarni takroran hisoblash osonlashadi;
- turli Bianchi turlarini qiyoslash imkoniyati paydo bo'ladi.

Ammo cheklovlar ham bor. Birinchidan, dastur noto'g'ri kiritilgan metrikani "to'g'ri" deb qabul qilib, shunga mos natija chiqaradi. Ikkinchidan, juda uzun ifodalarni soddalashtirishda vaqt ketishi mumkin. Uchinchidan, dastur fizik talqin bermaydi; bu bosqich albatta tadqiqotchining o'ziga tegishli.

Shunday qilib, kompyuter algebra tizimi tadqiqotchini almashtirmaydi, balki uning hisoblashdagi yordamchisiga aylanadi.

Xulosa. Bianchi modellarini tadqiq etishda Maple va Mathematica asosidagi hisoblash algoritmllari Christoffel simvollarini, egrilik tenzorlarini, Killing tenglamalarini va invariantlarni topishda katta qulaylik yaratadi. Diagonal Bianchi I modeli misolida ko'rildiki, metrikani to'g'ri kiritish, oraliq bosqichlarni tekshirish va natijani geometrik ma'noda sharhlash eng muhim bosqichlardir. Kompyuter algebra tizimlari murakkab tenzor hisoblarini sezilarli soddalashtiradi, ammo yakuniy ilmiy xulosa tadqiqotchining o'zi tomonidan berilishi lozim. Shu sababli

Maple va Mathematica Bianchi modellarini o'rganishda kuchli, lekin ongli qo'llanishni talab qiladigan vositalar hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Wald R. M. *General Relativity*. Chicago: University of Chicago Press.
2. Stephani H., Kramer D., MacCallum M., Hoenselaers C., Herlt E. *Exact Solutions of Einstein's Field Equations*.
3. Ryan M. P., Shepley L. C. *Homogeneous Relativistic Cosmologies*. Princeton University Press.
4. MacCallum M. A. H. Anisotropic and inhomogeneous relativistic cosmologies.
5. Maple Documentation. Tensor and Differential Geometry tools.
6. Wolfram Documentation. Symbolic tensor and differential equation workflows.

KO'P QATLAMLI KOMPOZIT PLASTINKALARNING XUSUSIY TEBRANISH CHASTOTASINI ANIQLASH: NAZARIY MODEL VA USULLAR TAHLILI

Turg'unova Oygul Bahodir qizi, magistr (O'zMUJF)

Ilmiy rahbar: Mirzakabilov Normurod Xudjakulovich,

t.f.n., dotsent (JizPI)

asqarovaoygull195@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'p qatlamli kompozit plastinkalarning erkin tebranish chastotalarini aniqlashning nazariy asoslari va usullari ko'rib chiqilgan. Klassik plastinka nazariyasi (Kirxgof–Love) va birinchi tartibli deformatsiyali nazariya (Reissner–Mindlin) asosida tuzilgan dinamik muvozanat tenglamalari keltirilgan, chegaraviy shartlarning asosiy turlari tahlil qilingan. Tebranish chastotasini aniqlashning analitik, energetik (Rayleigh), sonli (chekli farqlar, chekli elementlar, chekli hajmlar) va eksperimental usullari qiyosiy tahlil qilingan hamda ularning afzallik va cheklovlari aniqlangan. Natijalar ko'p qatlamli, anizotrop tuzilishga ega kompozit plastinkalar uchun chekli elementlar usulining eng samarali yondashuv ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: ko'p qatlamli kompozit plastinka, xususiy tebranish chastotasi, chegaraviy shartlar, Rayleigh usuli, chekli elementlar usuli, anizotrop material.

Аннотация: В статье рассмотрены теоретические основы и методы определения собственных частот свободных колебаний многослойных композитных пластин. Приведены уравнения динамического равновесия, построенные на основе классической теории пластин (Кирхгофа–Лява) и теории деформации первого порядка (Рейсснера–Миндлина), проанализированы основные виды граничных условий. Проведён сравнительный анализ аналитического, энергетического (Рэлея), численных (метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод конечных объёмов) и экспериментальных методов определения частоты колебаний, выявлены их преимущества и ограничения. Результаты показывают, что для